возможных скоростей имеет вид

$$S_{2-6}\sin 45^\circ \cdot \omega_{1_z} \cdot 1 - P \cdot \omega_{1_z} \cdot 1 + S_{2-6} \cdot \omega_{2_z} \cdot \sqrt{2} = 0.$$

Отсюда, сокращая на $\omega_{1_z} \neq 0$, получаем $S_{2-6} = \sqrt{2}P/3$.

Это же значение получается, если решить задачу методом Риттера. Рассечем ферму по стержням 2–3, 2–6, 5–6 и рассмотрим равновесие левой части (рис. 67). Составляя уравнение проекций на вертикаль

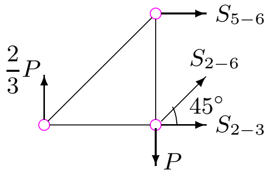

Рис. 67

$$S_{2-6}\sin 45^\circ + 2P/3 - P = 0,$$

получаем тот же результат. Конечно, предварительно из уравнения равновесия фермы в целом (сумма моментов относительно правой опоры) следует найти реакцию опоры $2P/3$. Это отличает статические методы от кинематического, где реакции опор находить не надо.

1.4. Пространственная статика

Задача 15. Горизонтальная однородная полка весом $G = 12$ кН имеет в точке A сферическую опору и поддерживается двумя невесомыми, шарнирно закрепленными по концам, стержнями (горизонтальным и вертикальным) и подпоркой в точке B (рис. 68). К этой же точке приложена сила $F = 3$ кН, направленная вдоль длинного ребра полки. Даны размеры $a = 2$ м, $b = 6$ м, $c = 3$ м. Определить реакции опор.

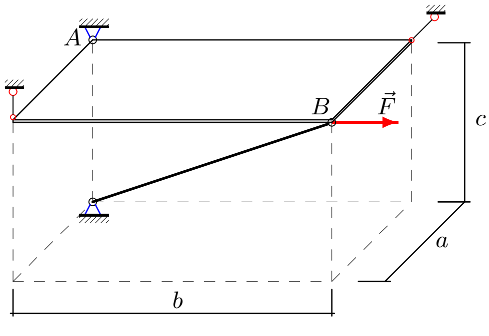

Рис. 68

Решение

1. Рассматриваем равновесие полки. Действие на тело опорных стержней заменяем их реакциями. Реакция $\vec{V}$ — вертикальная, $\vec{H}$

— горизонтальная вдоль бокового ребра полки. Усилие $\vec{S}$ в подпорке направлено вдоль стержня. В сферическом шарнире A имеется три составляющие реакции $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, которые направляем по осям координат. Так как полка однородная, ее центр тяжести совпадает с геометрическим центром. Сюда, на пересечение диагоналей, приложен

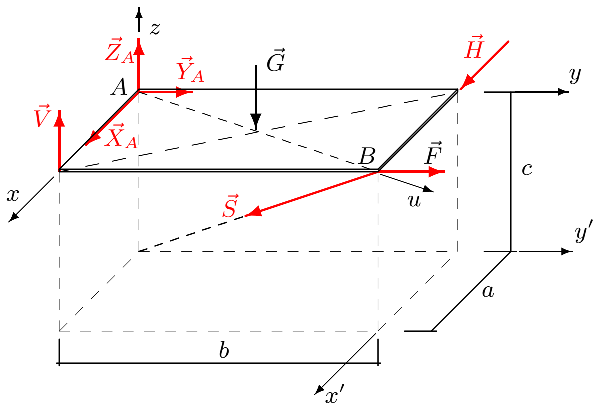

Рис. 69

вес $\vec{G}$. Начало системы координат xyz помещаем в точку A (рис. 69).

2. Составляем систему уравнений равновесия, состоящую из трех уравнений проекций на оси координат всех сил, действующих на полку, и трех уравнений моментов относительно этих же осей:

$$\begin{aligned}
&\sum X_k = X_A + H - S\cos\alpha_x = 0,\\
&\sum Y_k = Y_A - S\cos\alpha_y + F = 0,\\
&\sum Z_k = Z_A + V - S\cos\alpha_z - G = 0,\\
&\sum M_{xi} = -S\cdot b\cos\alpha_z - G\cdot b/2 = 0,\\
&\sum M_{yi} = -V\cdot a + S\cdot a\cos\alpha_z + G\cdot a/2 = 0,\\
&\sum M_{zi} = -H\cdot b + F\cdot a = 0.
\end{aligned} \tag{1.47}$$

Здесь α_x, α_y, α_z — углы усилия $\vec{S}$ с осями координат. Вычисляем значения тригонометрических функций: $\cos\alpha_x = a/l = 2/7$, $\cos\alpha_y = b/l = 6/7$, $\cos\alpha_z = c/l = 3/7$, где $l = \sqrt{a^2+b^2+c^2} = 7$ м — длина большой диагонали параллелепипеда. Усилие $\vec{S}$ пересекает ось z, поэтому S не входит в последнее уравнение. Из него сразу получаем $H = Fa/b = 1$ кН.

Аналогично, из уравнения моментов относительно оси x, находим: $S = -G/(\cos\alpha_z) = -12\cdot 7/6 = -14$ кН. Усилие меньше нуля —

стержень сжат. Решая систему (1.47), получаем и остальные реакции. Ответы заносим в таблицу (в кН):

X_A	Y_A	Z_A	H	V	S
-5	-15	6	1	0	-14

3. Выполняем проверку решения, подставляя найденные значения в уравнение моментов относительно дополнительных осей x' и y', проведенных параллельно соответствующим осям исходной системы координат:

$$\sum M_{x'i} = -Y_A \cdot c - Z_A \cdot b - V \cdot b + S \cdot c\cos\alpha_y + G \cdot b/2 - F \cdot c =$$
$$= 15 \cdot 3 - 6 \cdot 6 - 14 \cdot 3 \cdot (6/7) + 12 \cdot 3 - 3 \cdot 3 = 0,$$
$$\sum M_{y'i} = X_A \cdot c - V \cdot a + G \cdot a/2 + H \cdot c = -5 \cdot 3 + 12 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 0.$$

Суммы моментов равны нулю, проверка выполнена.

Замечание. Из решения системы (1.47) получается $V = 0$. В этом можно убедиться сразу из уравнения моментов относительно дополнительной оси u, лежащей на диагонали полки AB (рис. 69). Действительно, все векторы, кроме $\vec{V}$, пересекают эту ось, и их моменты равны нулю. Уравнение принимает простой вид $\sum M_u = V \cdot h = 0$, где h — некоторое плечо реакции $\vec{V}$ относительно диагональной оси u. Не вычисляя $h \neq 0$, получаем $V = 0$.

Maple-программа расчета реакций опор полки дана на с. 186.

Задача 16. К точкам $A_1(0,3,0)$, $A_2(1,3,0)$ и $A_3(0,0,4)$ приложены, соответственно, силы $\vec{F}_1(0,0,3)$, $\vec{F}_2(0,-5,0)$ и $\vec{F}_3(0,1,0)$ (рис. 70). Проекции сил даны в ньютонах, координаты точек — в метрах. Найти статические инварианты системы сил.

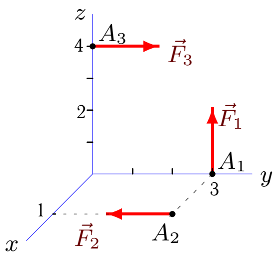

Рис. 70

Решение

Находим главный вектор системы — векторный инвариант:

$R_x = \sum_k F_{kx} = 0,$
$R_y = \sum_k F_{ky} = -5 + 1 = -4$ Н,
$R_z = \sum_k F_{kz} = 3$ Н.

Момент силы $\vec{F}$ в точке $A(x,y,z)$ относительно начала координат вычисляется по формуле (1.1). Проекции вектора момента на оси (или