

Задача. Однородная прямоугольная горизонтальная плита весом $G = 2$ кН опирается на шесть невесомых шарнирно закрепленных по концам стержней (рис. 70). Вдоль ребер плиты действуют силы $F_1 = 15$ кН, $F_2 = 51$ кН. Даны размеры $a = 6$ м, $b = 15$ м, $c = 8$ м. Определить усилия в стержнях.

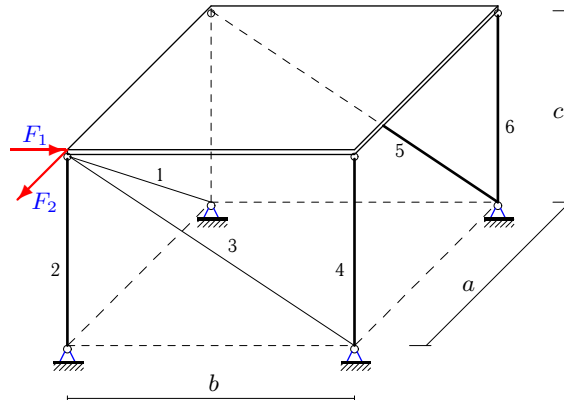


Рис. 70

Решение

Действие на плиту стержней заменим их реакциями. Стержни невесомые, незагруженные, поэтому вектора усилий будут направлены вдоль стержней. Предполагая стержни растянутыми, направим усилия вниз, от плиты (рис. 71). Так как плита однородная, вес G прикладываем к ее геометрическому центру.

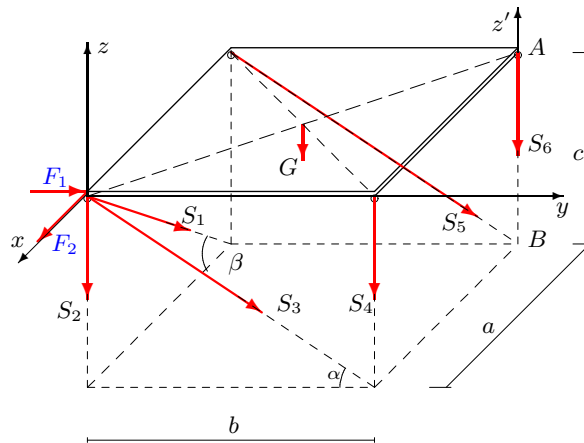


Рис. 71

Записываем систему уравнений для сил, действующих на плиту:

$$\begin{aligned}
 \sum X_i &= -S_1 \cos \beta + F_2 = 0, \\
 \sum_i Y_i &= S_3 \cos \alpha + S_5 \cos \alpha + F_1 = 0, \\
 \sum_i Z_i &= -(S_1 + S_3 + S_5) \sin \alpha - S_2 - S_4 - S_6 - G = 0, \\
 \sum_i M_{xi} &= -S_4 b - S_6 b - Gb/2 = 0, \\
 \sum_i M_{yi} &= -S_6 a - S_5 a \sin \alpha - Ga/2 = 0, \\
 \sum_i M_{zi} &= S_5 a \cos \alpha = 0,
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

где $\cos \alpha = b/\sqrt{b^2 + c^2} = 15/17$, $\sin \alpha = 8/17$, $\cos \beta = a/\sqrt{a^2 + c^2} = 3/5$. Для проверки составим сумму моментов всех сил, действующих на плиту, относительно какой-нибудь новой оси, например, z' , проведенной через точку A :

$$\sum_i M_{zi} = -S_1 b \cos \beta + F_2 b + F_1 a + S_3 a \cos \alpha = -765 + 765 + 90 - 90 = 0.$$

Проверка выполнена.

Замечание. В решении получено, что усилие в стержне 3 равно нулю. Как правило в таких случаях в задаче есть какое-то уравнение, из которого это сразу следует. Так, $S_5 = 0$ получается из последнего уравнения системы. Аналогично, если составить уравнение моментов относительно оси, проведенной через начало координат и точку B , то обнаруживается, что все силы, кроме реакции стержня 3, пересекают эту ось. Поэтому уравнение получается однородным $S_3 h = 0$, где h — плечо силы S_3 относительно этой оси. Следовательно, не вычисляя h сразу получаем $S_3 = 0$.

С15. Статические инварианты

Не все задачи статики сводятся к определению реакций опор или усилий в стержнях. Приведение системы сил к простейшему виду — одна из таких задач. Ее решение потребует и в динамике и во многих других науках, например, сопротивлении материалов.

Привести систему сил к центру O означает найти главный вектор \vec{R} и главный момент \vec{M}_O системы относительно этого центра. Очевидно, при изменении центра приведения главный момент меняется, а главный вектор остается постоянным. Главный вектор — инвариант системы сил. Другим инвариантом является скалярное произведение главного вектора на главный момент $\vec{R} \cdot \vec{M}_O$.

Условия задач