

§ 101. План скоростей

Зависимость между скоростями точек плоской фигуры (99.1) позволяет нам сделать скорости точек этой фигуры простым и наглядным построением, называемым *планом скоростей*.

Допустим, что нам известны скорости точек A , B , C и D плоской фигуры, изображенной на рис. 254, а. Отложим из произвольной точки O по направлению скоростей точек A , B , C , D отрезки Oa , Ob , Oc , Od , равные скоростям этих точек, и соединим точки a , b , c , d отрезками прямых (рис. 254, б).

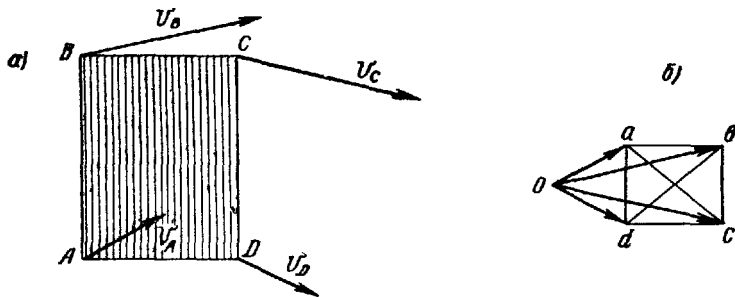


Рис. 254.

Выполненное построение называется *планом скоростей*; отрезки Oa , Ob , Oc , Od называются *лучами*, а точки a , b , c , d — *вершинами плана скоростей*.

Из треугольника aOb имеем

$$\overline{Ob} = \overline{Oa} + \overline{ab}$$

или

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \overline{ab}. \quad (a)$$

По формуле (99.1) имеем

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{AB}. \quad (б)$$

Сопоставляя равенства (а) и (б), устанавливаем, что $\overline{ab} = v_{AB}$; аналогично $\overline{bc} = v_{BC}$; $\overline{cd} = v_{CD}$ и т. д.

Следовательно, *каждый из отрезков, соединяющих вершины плана скоростей, геометрически равен вращательной скорости соответствующей точки фигуры вокруг другой точки как вокруг полюса.*

Поэтому имеем:

$$ab = AB \cdot \omega \quad \text{и} \quad ab \perp AB,$$

$$bc = BC \cdot \omega \quad \text{и} \quad bc \perp BC,$$

$$cd = CD \cdot \omega \quad \text{и} \quad cd \perp CD$$

и т. д. Отсюда следует, что многоугольник $abcd$ подобен многоугольнику $ABCD$ и повернут относительно последнего на 90° в сторону вращения движущейся плоской фигуры.

Построение плана скоростей

Для построения плана скоростей точек плоской фигуры необходимо знать модуль и направление скорости одной из точек этой фигуры и прямую, по которой направлена скорость какой-либо другой точки фигуры.

Допустим, что известны модуль и направление скорости точки A треугольной пластинки ABC , движущейся в плоскости чертежа, и прямая, по которой направлена скорость точки B этой пластинки (рис. 255, а). Требуется определить скорости точек B и C путем построения плана скоростей.

Проведем из произвольной точки O отрезок $\overline{Oa} = v_A$ и прямую, параллельную прямой, по которой направлена скорость v_B

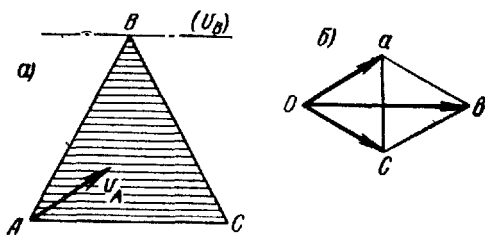


Рис. 255.

(рис. 255, б). Известно, что отрезки, соединяющие вершины плана скоростей, перпендикулярны отрезкам, соединяющим соответствующие точки фигуры.

Чтобы определить вершину b плана скоростей, проведем из вершины a прямую, перпендикулярную AB ; точка пересечения ее с прямой, по которой направлена скорость точки B , и будет вершиной b , а отрезок Ob определит скорость точки B , т. е.

$$\overline{Ob} = v_B.$$

Чтобы получить вершину c плана скоростей, следует провести из вершин a и b прямые, перпендикулярные сторонам треугольника AC и BC . Точка пересечения этих прямых будет вершиной c , а отрезок Oc определит скорость точки C .

Аналогичным построением можно определить скорость любой точки плоской фигуры, соединив ее с двумя точками, скорости которых уже известны.

Рассмотрим, например, построение плана скоростей для точек A , B , C и D механизма, изображенного на рис. 256, a .

Зная модуль и направление скорости v_A точки A и прямую, по которой направлена скорость точки B , строим план скоростей для шатуна AB .

Из произвольной точки O откладываем отрезок Oa , изображающий по модулю и направлению скорость v_A . После этого проводим

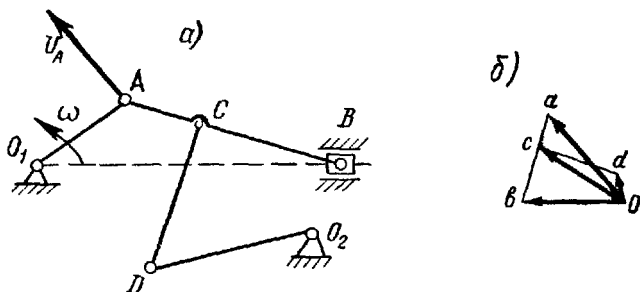


Рис. 256.

из точки O прямую Ob , параллельную O_1B , а из точки a — прямую ab , перпендикулярную AB .

Эти прямые продолжаем до их пересечения в точке b , являющейся вершиной плана скоростей. Отрезок Ob изображает по модулю и направлению скорость v_B .

Для определения модуля и направления скорости точки C шатуна AB делим отрезок ab в отношении $AC : BC$, находим точку c и проводим луч Oc , определяющий собой модуль и направление скорости точки C .

План скоростей для стержня CD строим на основе плана скоростей шатуна AB . Проведем из точки O прямую Od , параллельную прямой, по которой направлена скорость точки D , т. е. прямую, перпендикулярную O_2D , а из точки c прямую cd , перпендикулярную CD . Эти прямые продолжаем до их пересечения в точке d , являющейся вершиной плана скоростей.

Отрезок Od изображает по модулю и направлению скорость v_D . Лучи Oa , Ob , Oc , Od (рис. 256, $б$) определяют модули и направления скоростей всех заданных точек плоского механизма.

Остановимся на случае, когда заданная скорость точки плоской фигуры параллельна прямой, по которой направлена скорость другой точки этой фигуры. Для построения плана скоростей требуется знать модуль скорости второй точки.

Например, если скорости точек A и B плоской фигуры перпендикулярны отрезку AB (рис. 257, a) и известен только модуль ско-

рости v_A , то определить положение вершины b плана скоростей невозможно, так как на плане скоростей перпендикуляр к AB сливается с прямой, по которой, направлена скорость v_B (рис. 257, б).

Необходимо знать модуль v_B , чтобы, отложив $\overline{Ob} = v_B$, получить точку b плана скоростей.

Определение скоростей остальных точек, например C , производится как и в предыдущих примерах: $ac \perp AC$, $bc \perp BC$.

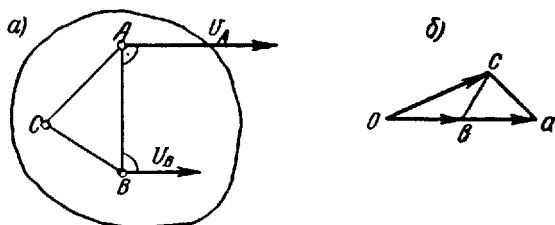


Рис. 257.

Пример 67. Определить путем построения плана скоростей скорости точек механизма, изображенного на рис. 258, а, в положении, когда $\varphi = 135^\circ$, если угловая скорость ведущего кривошипа O_1A равна ω_{O_1A} . Положение неподвижных точек O_1 , O_2 и O_3 определяется расстояниями l_1 , l_2 , l_3 и l_4 .

Решение. Механизм, изображенный на рис. 258, а, состоит из шарнирного четырехзвенника O_1ABO_2 , к шатуну которого в точке C присоединено шарнирно звено CDE , соединяющее шатун AB с балансиром O_3D и шатуном EF . Механизм имеет три звена O_1A , O_2B и O_3D , которые поворачиваются вокруг неподвижных центров O_1 , O_2 и O_3 , три звена AB , CDE и EF , совершающие плоское движение, и ползунок F , движущийся поступательно. Механизм служит для преобразования вращательного движения ведущего кривошипа O_1A в поступательное движение ползунка F . Известны траектории, а следовательно, и прямые, по которым направлены скорости точек A , B , D , движущихся по окружностям, а также точки F , движущейся по оси направляющих.

Изобразим механизм в выбранном масштабе и заданном положении (рис. 258, б). По заданной угловой скорости ведущего кривошипа вычисляем скорость точки A :

$$v_A = \omega_{O_1A} \cdot O_1A.$$

Скорость v_A перпендикулярна отрезку O_1A . Для построения плана скоростей (рис. 258, в) выбираем масштаб скоростей и в этом масштабе откладываем луч $\overline{Oa} = v_A$.

Для определения скорости точки B из точки O плана скоростей проводим прямую, по которой направлена скорость v_B , перпендику-