

Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза 1, блока 2 (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_2) и цилиндра 3 радиусом R_3 . Механизм установлен на призме 4, закрепленной на осях двух однородных цилиндров 5. К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра 3 (блока 2) и цилиндров 5 происходит без проскальзывания. Нити параллельны соответствующим граням призмы. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

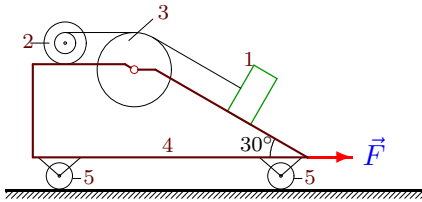
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: q_1 — горизонтальное смещение призмы 4, q_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в ньютонах и ускорение призмы a_4 в проекции на ось x — в м/с^2 .

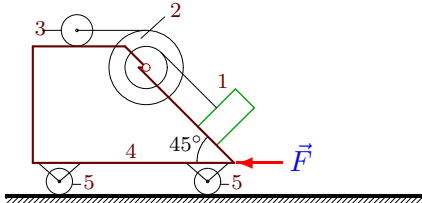
Кирсанов М.Н. **Решebник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

Задача D10.1.



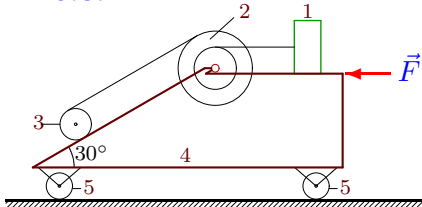
	$m_1 = 15$ кг,	8
$R_2 = 16$ см,	$m_2 = 3$ кг,	
$r_2 = 8$ см,	$m_3 = 27$ кг,	
$R_3 = 28$ см,	$m_4 = 1$ кг,	
$i_2 = 16$ см,	$m_5 = 4$ кг,	
$R_5 = 29$ см,	$F = 29$ Н.	

Задача D10.2.



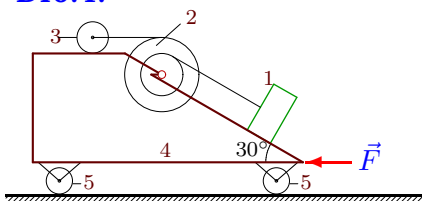
	$m_1 = 15$ кг,	8
$R_2 = 42$ см,	$m_2 = 3$ кг,	
$r_2 = 24$ см,	$m_3 = 27$ кг,	
$R_3 = 18$ см,	$m_4 = 1$ кг,	
$i_2 = 37$ см,	$m_5 = 3$ кг,	
$R_5 = 19$ см,	$F = 34$ Н.	

Задача D10.3.



	$m_1 = 9$ кг,	8
$R_2 = 28$ см,	$m_2 = 6$ кг,	
$r_2 = 16$ см,	$m_3 = 13$ кг,	
$R_3 = 12$ см,	$m_4 = 2$ кг,	
$i_2 = 23$ см,	$m_5 = 3$ кг,	
$R_5 = 13$ см,	$F = 18$ Н.	

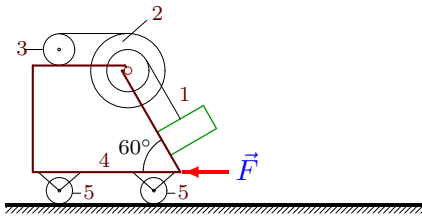
Задача D10.4.



	$m_1 = 15$ кг,	8
$R_2 = 28$ см,	$m_2 = 3$ кг,	
$r_2 = 16$ см,	$m_3 = 20$ кг,	
$R_3 = 12$ см,	$m_4 = 1$ кг,	
$i_2 = 26$ см,	$m_5 = 3$ кг,	
$R_5 = 13$ см,	$F = 20$ Н.	

Задача D10.5.

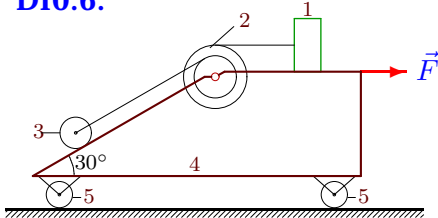
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 21 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 16 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 56 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 48 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.6.

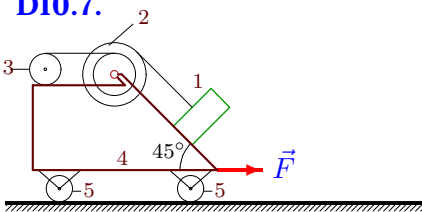
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 F &= 27 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 i_2 &= 33 \text{ см}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.7.

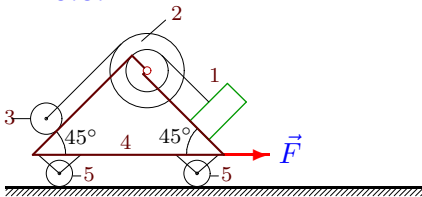
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 29 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 27 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.8.

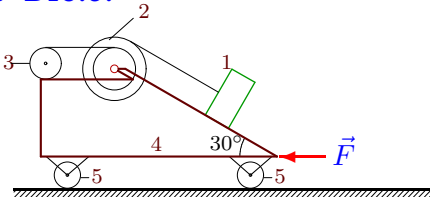
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 25 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 56 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 46 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.9.

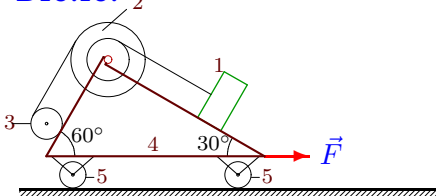
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 24 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 F &= 22 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 i_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.10.

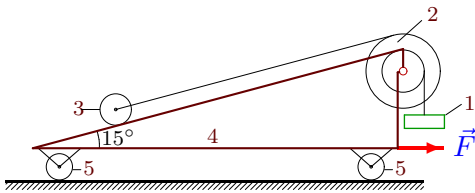
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 F &= 9 \text{ Н}. \\
 R_2 &= 56 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 47 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.11.

8

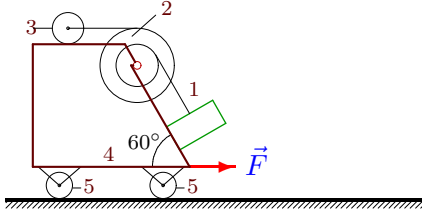


$R_2 = 28 \text{ см,}$
 $r_2 = 16 \text{ см,}$
 $R_3 = 12 \text{ см,}$
 $i_2 = 25 \text{ см,}$
 $R_5 = 13 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 20 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 21 \text{ Н.}$

Задача D10.12.

8

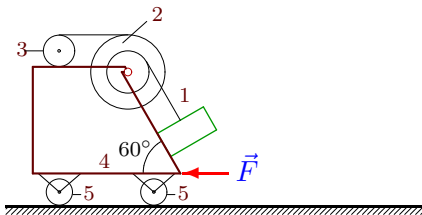


$R_2 = 56 \text{ см,}$
 $r_2 = 32 \text{ см,}$
 $R_3 = 24 \text{ см,}$
 $i_2 = 48 \text{ см,}$
 $R_5 = 25 \text{ см,}$

$m_1 = 15 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 20 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 15 \text{ Н.}$

Задача D10.13.

8

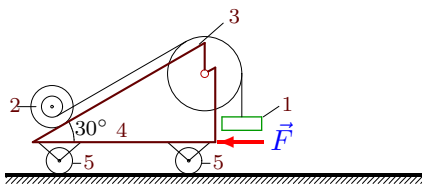


$R_2 = 56 \text{ см,}$
 $r_2 = 32 \text{ см,}$
 $R_3 = 24 \text{ см,}$
 $i_2 = 48 \text{ см,}$
 $R_5 = 25 \text{ см,}$

$m_1 = 18 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 24 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 3 \text{ кг,}$
 $F = 22 \text{ Н.}$

Задача D10.14.

8

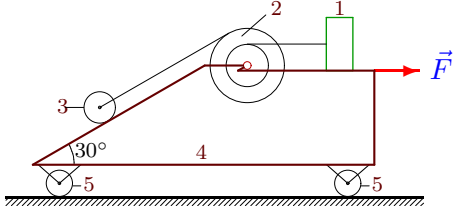


$R_2 = 40 \text{ см,}$
 $r_2 = 20 \text{ см,}$
 $R_3 = 70 \text{ см,}$
 $i_2 = 31 \text{ см,}$
 $R_5 = 71 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 6 \text{ кг,}$
 $m_3 = 13 \text{ кг,}$
 $m_4 = 2 \text{ кг,}$
 $m_5 = 3 \text{ кг,}$
 $F = 18 \text{ Н.}$

Задача D10.15.

8

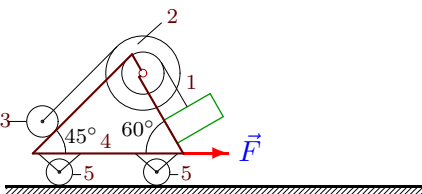


$R_2 = 42 \text{ см,}$
 $r_2 = 24 \text{ см,}$
 $R_3 = 18 \text{ см,}$
 $i_2 = 36 \text{ см,}$
 $R_5 = 19 \text{ см,}$

$m_1 = 12 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 21 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 2 \text{ кг,}$
 $F = 23 \text{ Н.}$

Задача D10.16.

8

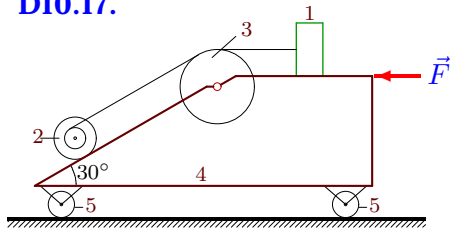


$R_2 = 70 \text{ см,}$
 $r_2 = 40 \text{ см,}$
 $R_3 = 30 \text{ см,}$
 $i_2 = 57 \text{ см,}$
 $R_5 = 31 \text{ см,}$

$m_1 = 9 \text{ кг,}$
 $m_2 = 3 \text{ кг,}$
 $m_3 = 19 \text{ кг,}$
 $m_4 = 1 \text{ кг,}$
 $m_5 = 4 \text{ кг,}$
 $F = 25 \text{ Н.}$

Задача D10.17.

8

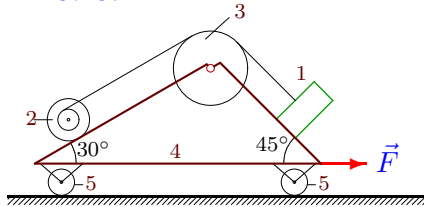


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 24 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 F &= 34 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.18.

8

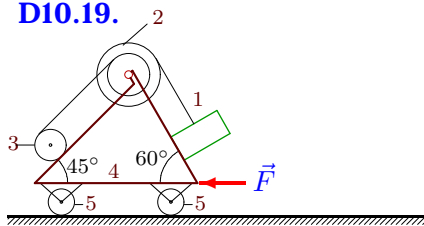


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 17 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, \\
 i_2 &= 19 \text{ см}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.19.

8

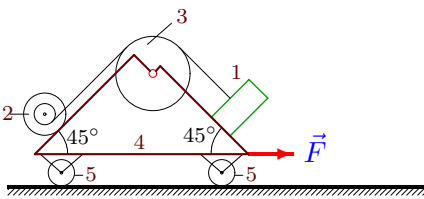


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 14 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 14 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 60 \text{ см}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, \\
 i_2 &= 52 \text{ см}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.20.

8

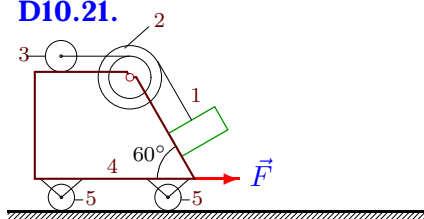


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 13 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 7 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 32 \text{ см}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, \\
 i_2 &= 26 \text{ см}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.21.

8

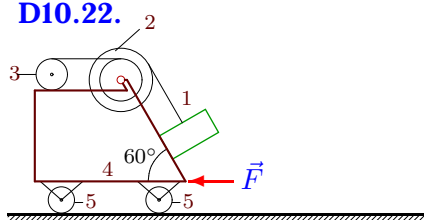


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 25 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 48 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 44 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.22.

8

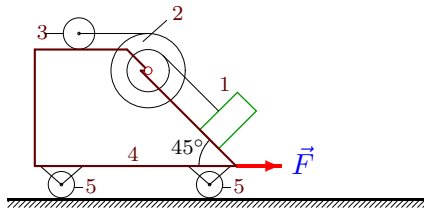


$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 30 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 F &= 34 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 48 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 44 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача D10.23.

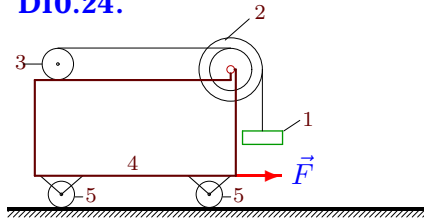
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 42 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 37 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & F &= 21 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.24.

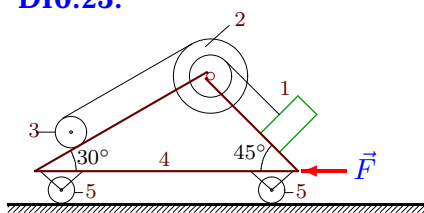
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 60 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_3 &= 21 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 54 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & F &= 11 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.25.

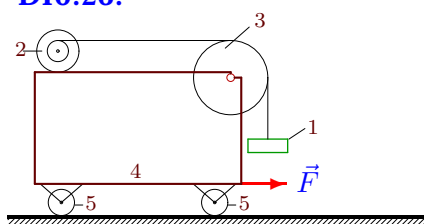
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 42 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 10 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, & m_5 &= 5 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.26.

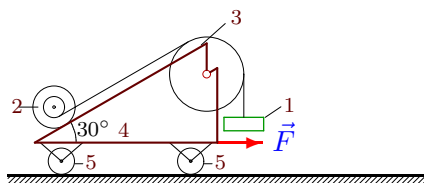
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.27.

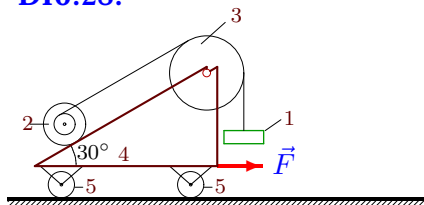
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.28.

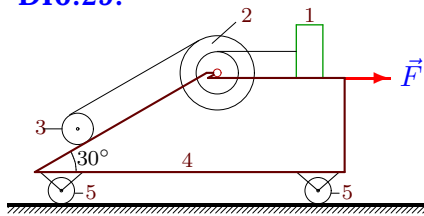
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_3 &= 8 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.29.

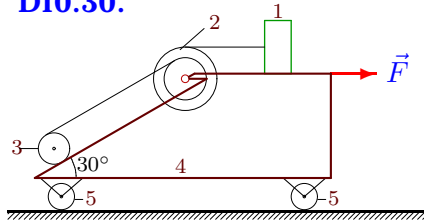
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 28 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 23 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.30.

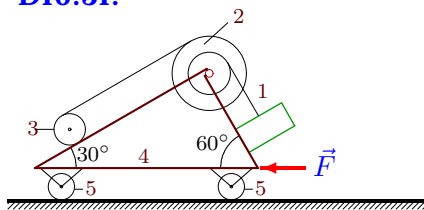
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_3 &= 11 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.31.

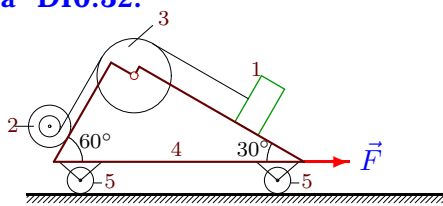
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 56 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, & m_3 &= 11 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 45 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, & F &= 14 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.32.

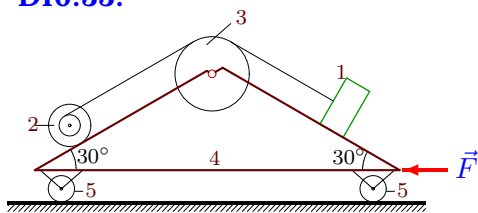
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_3 &= 18 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 27 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, & F &= 11 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.33.

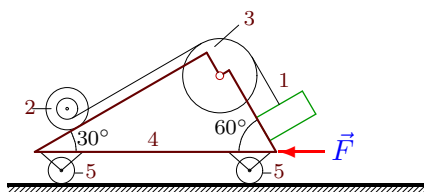
8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 27 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, & F &= 32 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача D10.34.

8



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 32 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_3 &= 10 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 25 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, & F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

D10 Ответы.**Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)**

16.12.2011

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_4
1	58.000	14.990	31.167	29.000	73.575	-0.126
2	55.000	57.857	146.161	-34.000	104.051	-2.342
3	39.000	-18.851	36.328	-18.000	55.794	0.375
4	48.000	47.990	114.797	-20.000	73.575	-1.817
5	62.000	54.750	55.617	-16.000	305.846	-39.128
6	51.000	-25.279	29.854	27.000	75.210	3.064
7	73.000	44.789	28.185	27.000	249.722	-202.609
8	38.000	-29.875	102.480	25.000	168.215	2.528
9	59.000	47.177	28.000	-22.000	176.580	15.595
10	52.000	-20.428	47.467	9.000	52.799	0.734
11	42.000	33.807	111.199	21.000	28.854	0.385
12	45.000	42.500	113.625	15.000	127.436	-1.122
13	59.000	60.000	59.063	-22.000	305.846	170.407
14	39.000	20.785	53.915	-18.000	58.860	-1.313
15	43.000	-43.826	115.219	23.000	180.259	3.478
16	44.000	-28.011	102.373	25.000	154.184	1.849
17	49.000	-13.732	26.354	-34.000	9.810	-0.690
18	33.000	5.975	16.669	27.000	31.810	0.505
19	49.000	18.600	18.840	-14.000	139.154	-4.941
20	39.000	33.941	58.344	7.000	0.000	0.364
21	62.000	24.167	34.188	25.000	127.436	-1.449
22	71.000	38.000	28.042	-34.000	305.846	-22.992
23	48.000	50.857	127.786	21.000	104.051	-0.735
24	53.000	14.000	26.360	11.000	353.160	-3.875
25	42.000	27.883	32.526	-12.000	39.023	-2.512
26	51.000	2.000	27.297	15.000	147.150	0.083
27	49.000	20.785	57.415	27.000	58.860	0.137
28	36.000	1.732	12.134	9.000	49.050	0.056
29	39.000	-21.124	39.773	19.000	68.670	1.997
30	46.000	-12.175	15.427	9.000	17.985	0.637
31	37.000	25.671	33.498	-14.000	58.502	-3.395
32	47.000	-18.990	65.086	11.000	28.374	0.465
33	48.000	12.124	25.783	-32.000	49.050	-1.302
34	36.000	29.785	52.648	-12.000	35.203	-1.667

D10 файл o10d8A