

## Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза 1, блока 2 (большой радиус  $R$ , меньший  $r$ , радиус инерции  $i_2$ ) и цилиндра 3 радиусом  $R_3$ . Механизм установлен на призме 4, закрепленной на осях двух однородных цилиндров 5. К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила  $F$ . Качение цилиндра 3 (блока 2) и цилиндров 5 происходит без проскальзывания. Нити параллельны соответствующим граням призмы. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

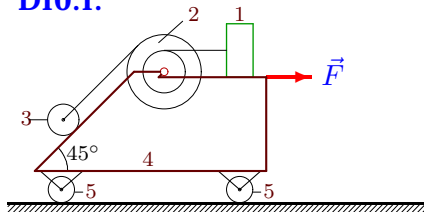
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{q}_1 + a_{12}\ddot{q}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{q}_1 + a_{22}\ddot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты:  $q_1$  — горизонтальное смещение призмы 4,  $q_2$  — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{22}$  в кг, обобщенные силы  $Q_1$ ,  $Q_2$  — в ньютонах и ускорение призмы  $a_4$  в проекции на ось  $x$  — в  $\text{м}/\text{с}^2$ .

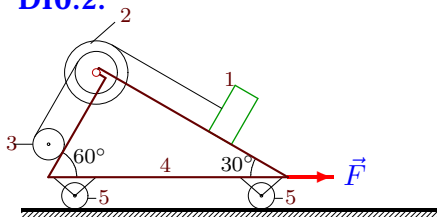
Кирсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

### Задача D10.1.



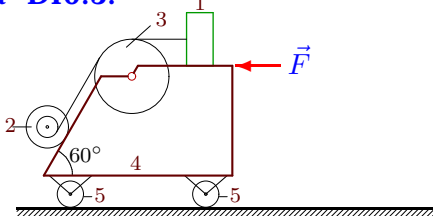
|                |                |   |
|----------------|----------------|---|
|                | $m_1 = 9$ кг,  | 2 |
| $R_2 = 28$ см, | $m_2 = 3$ кг,  |   |
| $r_2 = 16$ см, | $m_3 = 19$ кг, |   |
| $R_3 = 12$ см, | $m_4 = 1$ кг,  |   |
| $i_2 = 24$ см, | $m_5 = 6$ кг,  |   |
| $R_5 = 13$ см, | $F = 25$ Н.    |   |

### Задача D10.2.



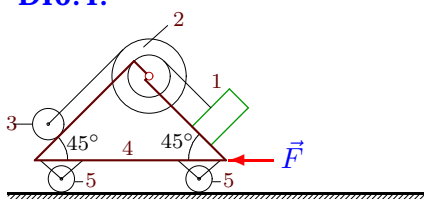
|                |                |   |
|----------------|----------------|---|
|                | $m_1 = 15$ кг, | 2 |
| $R_2 = 48$ см, | $m_2 = 6$ кг,  |   |
| $r_2 = 32$ см, | $m_3 = 20$ кг, |   |
| $R_3 = 24$ см, | $m_4 = 2$ кг,  |   |
| $i_2 = 43$ см, | $m_5 = 4$ кг,  |   |
| $R_5 = 25$ см, | $F = 15$ Н.    |   |

### Задача D10.3.



|                |                |   |
|----------------|----------------|---|
|                | $m_1 = 15$ кг, | 2 |
| $R_2 = 24$ см, | $m_2 = 6$ кг,  |   |
| $r_2 = 12$ см, | $m_3 = 22$ кг, |   |
| $R_3 = 42$ см, | $m_4 = 2$ кг,  |   |
| $i_2 = 21$ см, | $m_5 = 5$ кг,  |   |
| $R_5 = 43$ см, | $F = 24$ Н.    |   |

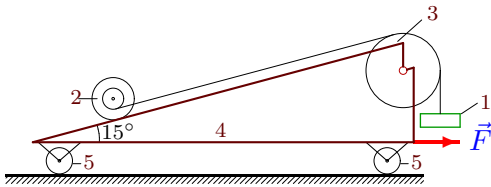
### Задача D10.4.



|                |                |   |
|----------------|----------------|---|
|                | $m_1 = 9$ кг,  | 2 |
| $R_2 = 56$ см, | $m_2 = 3$ кг,  |   |
| $r_2 = 32$ см, | $m_3 = 14$ кг, |   |
| $R_3 = 24$ см, | $m_4 = 1$ кг,  |   |
| $i_2 = 46$ см, | $m_5 = 3$ кг,  |   |
| $R_5 = 25$ см, | $F = 20$ Н.    |   |

**Задача D10.5.**

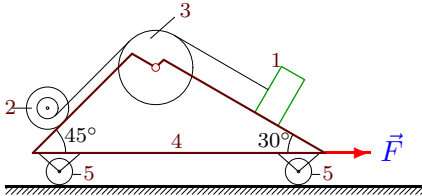
2



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, & m_3 &= 25 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 15 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.6.**

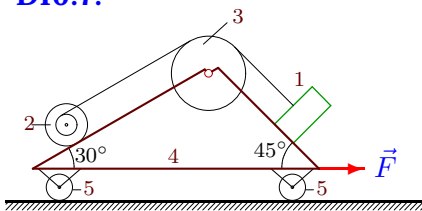
2



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 12 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_3 &= 24 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 20 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 29 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.7.**

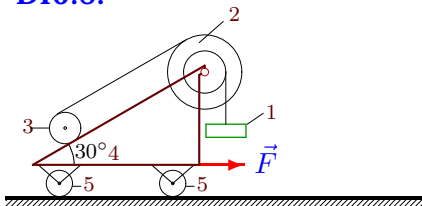
2



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_3 &= 18 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 19 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 & & F &= 29 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.8.**

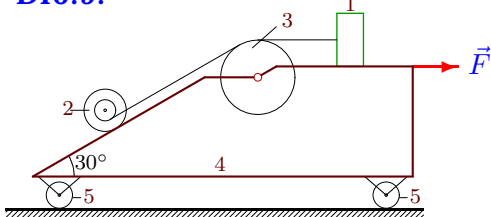
2



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 70 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_3 &= 15 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 56 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 & & F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.9.**

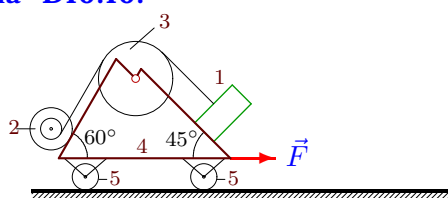
2



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 16 \text{ см}, & m_1 &= 9 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 8 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 28 \text{ см}, & m_3 &= 15 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 13 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 29 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.10.**

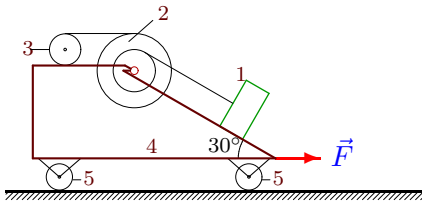
2



$$\begin{aligned}
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_3 &= 22 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 33 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 & & F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.11.**

2



$$R_2 = 28 \text{ см,}$$

$$r_2 = 16 \text{ см,}$$

$$R_3 = 12 \text{ см,}$$

$$i_2 = 26 \text{ см,}$$

$$R_5 = 13 \text{ см,}$$

$$m_1 = 18 \text{ кг,}$$

$$m_2 = 6 \text{ кг,}$$

$$m_3 = 20 \text{ кг,}$$

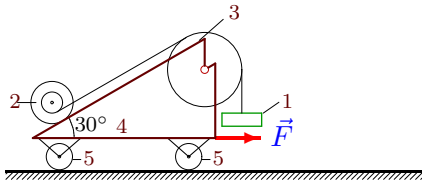
$$m_4 = 2 \text{ кг,}$$

$$m_5 = 2 \text{ кг,}$$

$$F = 9 \text{ Н.}$$

**Задача D10.12.**

2



$$R_2 = 40 \text{ см,}$$

$$r_2 = 20 \text{ см,}$$

$$R_3 = 70 \text{ см,}$$

$$i_2 = 31 \text{ см,}$$

$$R_5 = 71 \text{ см,}$$

$$m_1 = 9 \text{ кг,}$$

$$m_2 = 6 \text{ кг,}$$

$$m_3 = 19 \text{ кг,}$$

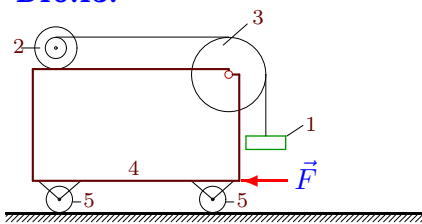
$$m_4 = 2 \text{ кг,}$$

$$m_5 = 6 \text{ кг,}$$

$$F = 25 \text{ Н.}$$

**Задача D10.13.**

2



$$R_2 = 40 \text{ см,}$$

$$r_2 = 20 \text{ см,}$$

$$R_3 = 70 \text{ см,}$$

$$i_2 = 34 \text{ см,}$$

$$R_5 = 71 \text{ см,}$$

$$m_1 = 15 \text{ кг,}$$

$$m_2 = 3 \text{ кг,}$$

$$m_3 = 25 \text{ кг,}$$

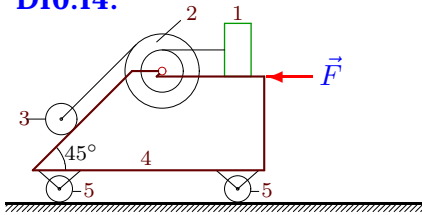
$$m_4 = 1 \text{ кг,}$$

$$m_5 = 5 \text{ кг,}$$

$$F = 30 \text{ Н.}$$

**Задача D10.14.**

2



$$R_2 = 28 \text{ см,}$$

$$r_2 = 16 \text{ см,}$$

$$R_3 = 12 \text{ см,}$$

$$i_2 = 24 \text{ см,}$$

$$R_5 = 13 \text{ см,}$$

$$m_1 = 9 \text{ кг,}$$

$$m_2 = 3 \text{ кг,}$$

$$m_3 = 14 \text{ кг,}$$

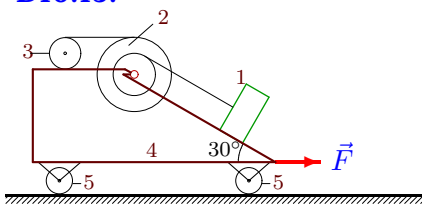
$$m_4 = 1 \text{ кг,}$$

$$m_5 = 5 \text{ кг,}$$

$$F = 20 \text{ Н.}$$

**Задача D10.15.**

2



$$R_2 = 28 \text{ см,}$$

$$r_2 = 16 \text{ см,}$$

$$R_3 = 12 \text{ см,}$$

$$i_2 = 26 \text{ см,}$$

$$R_5 = 13 \text{ см,}$$

$$m_1 = 18 \text{ кг,}$$

$$m_2 = 6 \text{ кг,}$$

$$m_3 = 30 \text{ кг,}$$

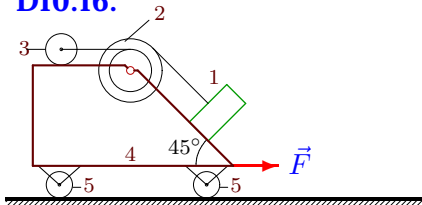
$$m_4 = 2 \text{ кг,}$$

$$m_5 = 2 \text{ кг,}$$

$$F = 29 \text{ Н.}$$

**Задача D10.16.**

2



$$R_2 = 36 \text{ см,}$$

$$r_2 = 24 \text{ см,}$$

$$R_3 = 18 \text{ см,}$$

$$i_2 = 34 \text{ см,}$$

$$R_5 = 19 \text{ см,}$$

$$m_1 = 15 \text{ кг,}$$

$$m_2 = 3 \text{ кг,}$$

$$m_3 = 21 \text{ кг,}$$

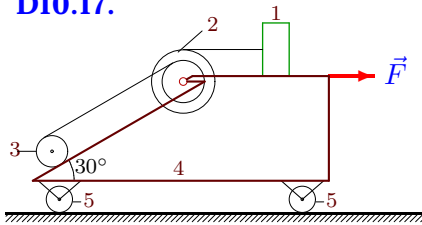
$$m_4 = 1 \text{ кг,}$$

$$m_5 = 6 \text{ кг,}$$

$$F = 17 \text{ Н.}$$

**Задача D10.17.**

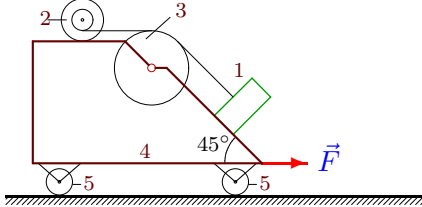
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 10 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, & F &= 7 \text{ Н}. \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & &
 \end{aligned}$$

**Задача D10.18.**

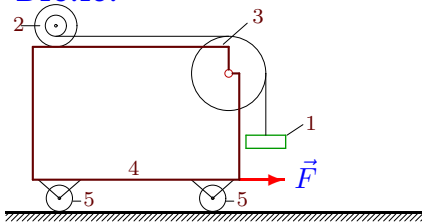
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 12 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 42 \text{ см}, & m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 22 \text{ см}, & F &= 7 \text{ Н}. \\
 R_5 &= 43 \text{ см}, & &
 \end{aligned}$$

**Задача D10.19.**

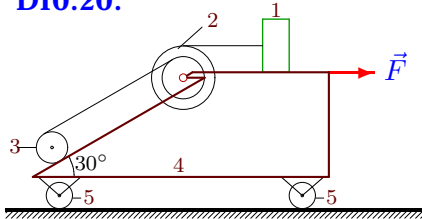
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 18 \text{ кг}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 40 \text{ см}, & m_3 &= 23 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 20 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 70 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, & F &= 15 \text{ Н}. \\
 R_5 &= 71 \text{ см}, & &
 \end{aligned}$$

**Задача D10.20.**

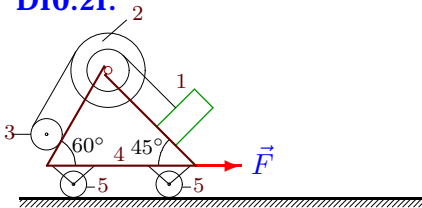
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 9 \text{ кг}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, & m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, & m_5 &= 6 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, & F &= 27 \text{ Н}. \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, & &
 \end{aligned}$$

**Задача D10.21.**

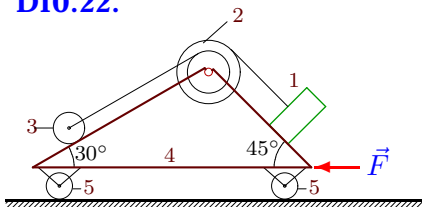
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, & m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 70 \text{ см}, & m_3 &= 19 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 40 \text{ см}, & m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 30 \text{ см}, & m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 58 \text{ см}, & F &= 13 \text{ Н}. \\
 R_5 &= 31 \text{ см}, & &
 \end{aligned}$$

**Задача D10.22.**

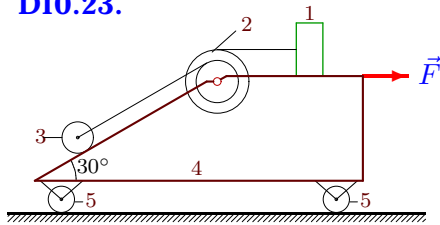
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, & m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 36 \text{ см}, & m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, & m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, & m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 i_2 &= 31 \text{ см}, & F &= 30 \text{ Н}. \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, & &
 \end{aligned}$$

**Задача D10.23.**

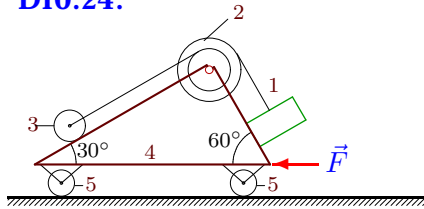
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 i_2 &= 21 \text{ см}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 7 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 7 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.24.**

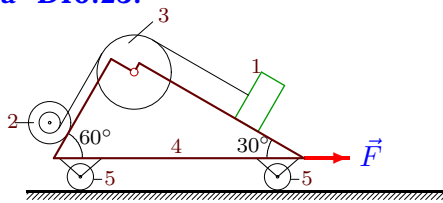
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 48 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 41 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 3 \text{ кг}, \\
 F &= 30 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.25.**

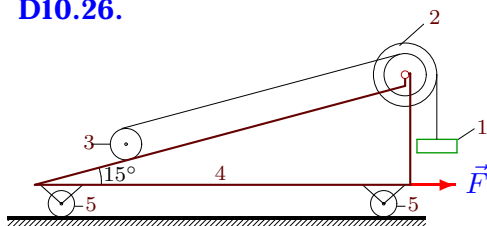
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 32 \text{ см}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 R_3 &= 56 \text{ см}, \\
 i_2 &= 27 \text{ см}, \\
 R_5 &= 57 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 20 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.26.**

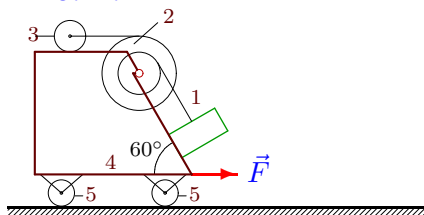
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 24 \text{ см}, \\
 r_2 &= 16 \text{ см}, \\
 R_3 &= 12 \text{ см}, \\
 i_2 &= 23 \text{ см}, \\
 R_5 &= 13 \text{ см}, \\
 m_2 &= 6 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 25 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 2 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.27.**

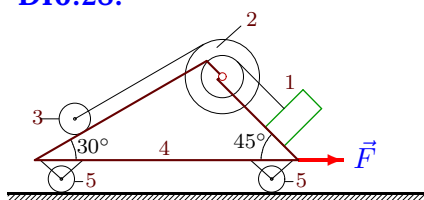
2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 15 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 56 \text{ см}, \\
 r_2 &= 32 \text{ см}, \\
 R_3 &= 24 \text{ см}, \\
 i_2 &= 48 \text{ см}, \\
 R_5 &= 25 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 16 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 7 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача D10.28.**

2



$$\begin{aligned}
 m_1 &= 6 \text{ кг}, \\
 R_2 &= 42 \text{ см}, \\
 r_2 &= 24 \text{ см}, \\
 R_3 &= 18 \text{ см}, \\
 i_2 &= 34 \text{ см}, \\
 R_5 &= 19 \text{ см}, \\
 m_2 &= 3 \text{ кг}, \\
 m_3 &= 12 \text{ кг}, \\
 m_4 &= 1 \text{ кг}, \\
 m_5 &= 4 \text{ кг}, \\
 F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$



**D10 Ответы.****Общее уравнение динамики, 2 степени свободы (1)**

16.12.2011

| №  | $a_{11}$ | $a_{12}$ | $a_{22}$ | $Q_1$   | $Q_2$   | $a_4$  |
|----|----------|----------|----------|---------|---------|--------|
| 1  | 50.000   | -32.511  | 103.031  | 25.000  | 230.646 | 2.460  |
| 2  | 55.000   | 32.647   | 23.148   | 15.000  | 33.874  | -3.660 |
| 3  | 60.000   | -21.000  | 68.375   | -24.000 | 101.949 | 0.137  |
| 4  | 36.000   | -23.688  | 79.512   | -20.000 | 107.519 | 0.416  |
| 5  | 66.000   | 23.182   | 72.594   | 25.000  | 233.364 | -0.845 |
| 6  | 50.000   | -18.878  | 64.667   | 29.000  | 24.381  | 0.812  |
| 7  | 40.000   | 5.975    | 17.169   | 29.000  | 31.810  | 0.473  |
| 8  | 38.000   | 22.733   | 37.987   | 17.000  | 47.824  | -0.476 |
| 9  | 50.000   | -19.392  | 56.344   | 17.000  | 58.860  | 0.860  |
| 10 | 63.000   | 33.213   | 66.335   | 19.000  | 4.205   | 0.364  |
| 11 | 52.000   | 66.177   | 56.813   | 9.000   | 176.580 | 7.841  |
| 12 | 54.000   | 20.785   | 56.915   | 25.000  | 58.860  | 0.076  |
| 13 | 59.000   | 2.000    | 29.797   | -30.000 | 147.150 | -0.677 |
| 14 | 42.000   | -26.324  | 80.063   | -20.000 | 169.950 | 1.076  |
| 15 | 62.000   | 83.677   | 68.297   | 29.000  | 176.580 | 4.623  |
| 16 | 58.000   | 24.607   | 31.676   | 17.000  | 104.051 | -1.641 |
| 17 | 45.000   | -11.887  | 15.260   | 7.000   | 16.350  | 0.552  |
| 18 | 57.000   | 49.456   | 71.667   | 7.000   | 249.722 | -7.229 |
| 19 | 55.000   | 24.000   | 70.840   | 15.000  | 353.160 | -2.233 |
| 20 | 55.000   | -14.774  | 16.927   | 27.000  | 32.700  | 1.319  |
| 21 | 48.000   | -18.919  | 49.435   | 13.000  | 37.190  | 0.668  |
| 22 | 35.000   | -13.480  | 18.891   | -30.000 | 10.700  | -0.881 |
| 23 | 23.000   | -10.041  | 12.964   | 7.000   | 22.890  | 1.625  |
| 24 | 35.000   | -12.238  | 18.855   | -30.000 | 1.346   | -1.076 |
| 25 | 49.000   | -18.990  | 66.086   | 15.000  | 28.374  | 0.532  |
| 26 | 60.000   | 16.099   | 24.677   | 25.000  | 251.983 | -2.816 |
| 27 | 41.000   | 35.500   | 95.250   | 7.000   | 127.436 | -1.458 |
| 28 | 34.000   | -22.429  | 67.146   | 17.000  | 61.385  | 1.415  |
| 29 | 48.000   | 7.506    | 15.502   | 13.000  | 134.070 | -1.170 |
| 30 | 36.000   | 33.513   | 53.042   | -12.000 | 7.141   | -1.114 |
| 31 | 56.000   | -24.803  | 58.951   | 29.000  | 127.136 | 1.810  |
| 32 | 36.000   | 7.778    | 19.714   | 21.000  | 48.557  | 0.056  |
| 33 | 34.000   | 9.208    | 18.759   | 17.000  | 30.272  | 0.073  |
| 34 | 58.000   | 63.500   | 61.359   | 21.000  | 305.846 | 38.303 |

D10 файл o10d2A