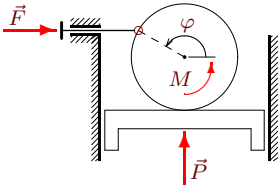


## Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)

### Задача 13.1.

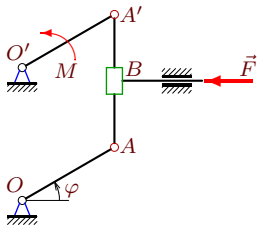
31



Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 286$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 22$  Н — к поршню,  $F = 4$  Н — к штоку. Масса цилиндра равна 14 кг, поршня — 1 кг, штока — 7 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с<sup>-1</sup>.

### Задача 13.2.

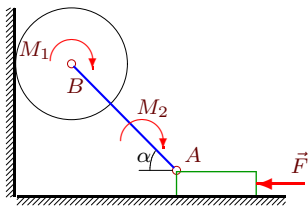
31



Шарнирный параллелограмм состоит из стержней  $OA$ ,  $A'O'$  длиной 1 м и стержня  $AA'$ . Муфта  $B$  соединена со штоком и скользит по стержню  $AA'$ . К штоку приложена сила  $F = 16$  Н, к стержню  $O'A'$  — момент  $M = 14$  Нм. Масса штока с муфтой равна 8 кг, стержня  $OA$  — 3 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\varphi = \pi/3$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с<sup>-1</sup>.

### Задача 13.3.

31

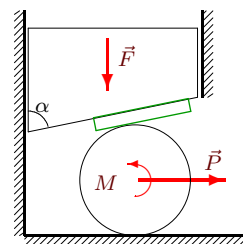


Брусok массой 6 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 3 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 1 м приложен момент  $M_1 = 10$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 42$  Нм, к бруску сила  $F = 20$  Н. Масса диска равна 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

### Задача 13.4.

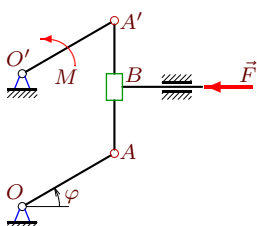
31

Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы,  $\sin \alpha = 0.8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса цилиндра 9 кг, пластины — 15 кг. К прессу приложена сила  $F = 480$  Н, к цилиндру — момент  $M = 6$  Нм и сила  $P = 6$  Н. Найти ускорение прессы.



### Задача 13.5.

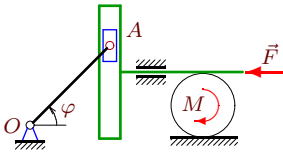
31



Шарнирный параллелограмм состоит из стержней  $OA$ ,  $A'O'$  длиной 1 м и стержня  $AA'$ . Муфта  $B$  соединена со штоком и скользит по стержню  $AA'$ . К штоку приложена сила  $F = 72$  Н, к стержню  $O'A'$  — момент  $M = 140$  Нм. Масса штока с муфтой равна 16 кг, стержня  $AA'$  — 8 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\varphi = \pi/3$ ,  $\dot{\varphi} = 3$  с<sup>-1</sup>.

**Задача 13.6.**

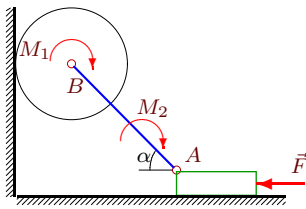
31



Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 4$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 8$  Н, к цилиндру — момент  $M = 32$  Нм. Масса кулисы со штоком равна 2 кг, масса кривошипа — 3 кг. Радиус цилиндра 2 м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = \pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с<sup>-1</sup>.

**Задача 13.7.**

31

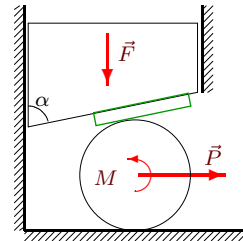


Брусок массой 3 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 2 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 1 м приложен момент  $M_1 = 10$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 22$  Нм, к бруску сила  $F = 5$  Н. Масса диска равна 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача 13.8.**

31

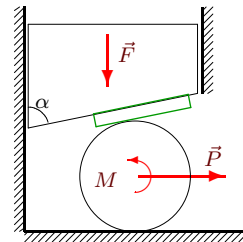
Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы,  $\sin \alpha = 0.8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса цилиндра 15 кг, прессы — 2 кг. К прессу приложена сила  $F = 210$  Н, к цилиндру — момент  $M = 10$  Нм и сила  $P = 10$  Н. Найти ускорение прессы.



**Задача 13.9.**

31

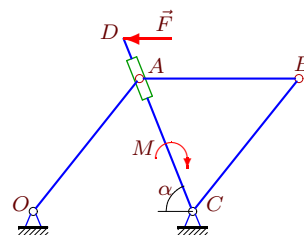
Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы,  $\sin \alpha = 0.8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса цилиндра 24 кг, пластины — 10 кг. К прессу приложена сила  $F = 384$  Н, к цилиндру — момент  $M = 21$  Нм и сила  $P = 21$  Н. Найти ускорение прессы.



**Задача 13.10.**

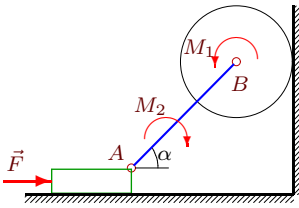
31

Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 2 м;  $OA = 1$  м. На кулису действует момент  $M = 52$  Нм, к точке  $D$  параллельно  $OC$  приложена сила  $F = 10$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $OA$  — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\sin \alpha = 0.8$ .



**Задача 13.11.**

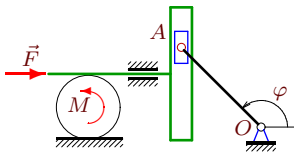
31



Брусок массой 6 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 2 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 1 м приложен момент  $M_1 = 5$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 90$  Нм, к бруску сила  $F = 30$  Н. Масса диска равна 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.8$ .

**Задача 13.12.**

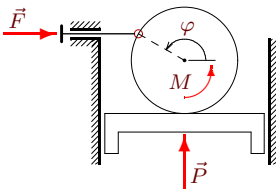
31



Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  массой 2 кг скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 4$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 12$  Н, к цилиндру — момент  $M = 48$  Нм. Масса кулисы со штоком равна 5 кг. Радиус цилиндра 2 м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 3$  с<sup>-1</sup>.

**Задача 13.13.**

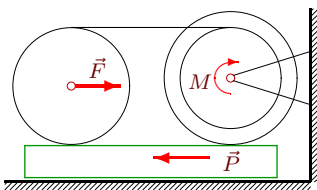
31



Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 281$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 21$  Н — к поршню,  $F = 3$  Н — к штоку. Масса цилиндра равна 14 кг, штока — 5 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с<sup>-1</sup>.

**Задача 13.14.**

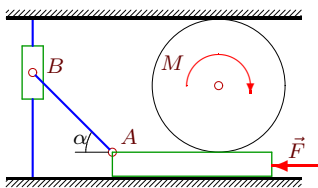
31



Цилиндр катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. Цилиндр и блок с неподвижной осью с внешним радиусом 6 см и внутренним 4 см связаны нитью. Радиус инерции блока 5 см. Масса блока равна 1 кг, бруска — 3 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 0.36$  Нм, к оси блока — сила  $F = 36$  Н, к бруску — сила  $P = 532$  Н. Найти ускорение бруска.

**Задача 13.15.**

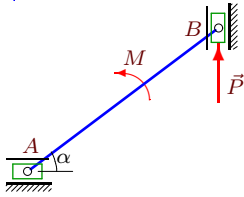
31



Стержень  $AB = 2$  м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса 2 м катится по плоскости и по бруску. Масса бруска равна 3 кг, муфты — 3 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 8$  Нм,  $F = 58$  Н. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача 13.16.**

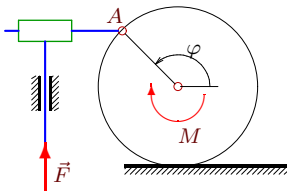
31



Ползуны  $A$  и  $B$  массой 4 кг каждый соединены стержнем длиной 1 м массой 5 кг. К стержню приложен момент  $M = 77$  Нм, к ползуну  $B$  — сила  $P = 10$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

**Задача 13.17.**

31

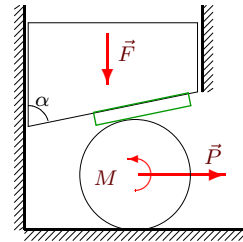


Цилиндр радиусом 1 м и массой 8 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 5 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 6$  Нм, к штоку — сила  $F = 10$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача 13.18.**

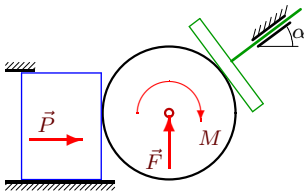
31

Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы,  $\sin \alpha = 0.8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса цилиндра 24 кг, прессы — 2 кг. К прессу приложена сила  $F = 330$  Н, к цилиндру — момент  $M = 18$  Нм и сила  $P = 18$  Н. Найти ускорение прессы.



**Задача 13.19.**

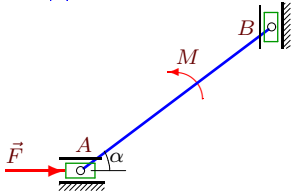
31



Цилиндр радиусом 1 м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложены сила  $F = 7$  Н и момент  $M = 7$  Нм, к грузу — сила  $P = 46$  Н. Масса груза равна 1 кг, однородного цилиндра — 16 кг;  $\sin \alpha = 4/5$ . Найти ускорение груза.

**Задача 13.20.**

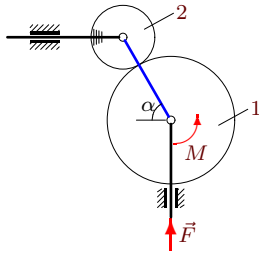
31



Ползуны  $A$  и  $B$  массой 1 кг каждый соединены стержнем длиной 1 м массой 7 кг. К стержню приложен момент  $M = 7$  Нм, к ползуну  $A$  — сила  $F = 5$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

### Задача 13.21.

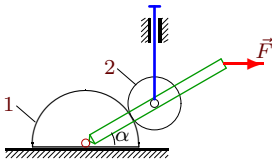
31



Диски 1 и 2 имеют одинаковую массу 2 кг, находятся в зацеплении друг с другом и закреплены на стержнях, которые скользят во взаимно перпендикулярных направляющих. Диск 1 закреплен на стержне шарнирно, диск 2 — жестко. Оси дисков соединяет стержень массой 9 кг. К диску 1 приложен момент  $M = 18$  Нм, к стержню, на котором вращается диск 1, приложена сила  $F = 18$  Н. Даны радиусы:  $r_1 = 2$  м,  $r_2 = 1$  м. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\alpha = \pi/3$ .

### Задача 13.22.

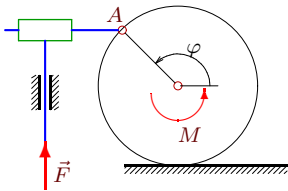
31



Полуцилиндр массой 10 кг радиусом 1 м скользит по гладкой плоскости. По его поверхности катится диск массой 10 кг радиусом 50 см, шарнирно закрепленный на штоке. На оси диска и полуцилиндра надета планка длиной 3 м, к концу которой приложена сила  $F = 45$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение планки при  $\alpha = \pi/6$ .

### Задача 13.23.

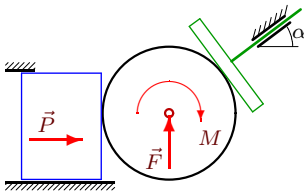
31



Цилиндр радиусом 2 м и массой 2 кг имеет на ободке шарнир, к которому присоединен стержень массой 10 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 140$  Нм, к штоку — сила  $F = 20$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = -1$  с<sup>-1</sup>.

### Задача 13.24.

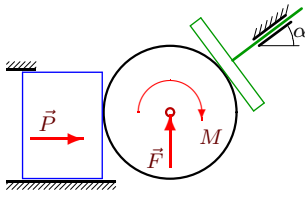
31



Цилиндр радиусом 1 м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложены сила  $F = 3$  Н и момент  $M = 3$  Нм, к грузу — сила  $P = 48$  Н. Масса поршня равна 2 кг, однородного цилиндра — 12 кг;  $\sin \alpha = 3/5$ . Найти ускорение груза.

**Задача 13.25.**

31

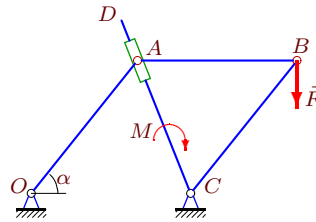


Цилиндр радиусом 1 м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложены сила  $F = 6$  Н и момент  $M = 6$  Нм, к грузу — сила  $P = 144$  Н. Масса поршня равна 3 кг, однородного цилиндра — 18 кг;  $\sin \alpha = 3/5$ . Найти ускорение груза.

**Задача 13.26.**

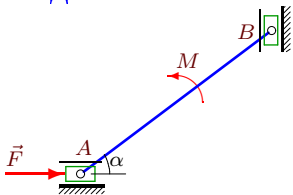
31

Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 2 м;  $OA = 1$  м. На кулису действует момент  $M = 28$  Нм, к точке  $B$  перпендикулярно  $OC$  приложена сила  $F = 10$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $AB$  — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\sin \alpha = 0.8$ .



**Задача 13.27.**

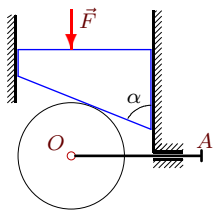
31



Ползуны  $A$  и  $B$  массой 3 кг каждый соединены стержнем длиной 1 м массой 7 кг. К стержню приложен момент  $M = 93$  Нм, к ползуну  $A$  — сила  $F = 5$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

**Задача 13.28.**

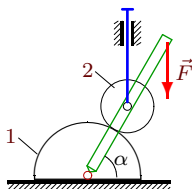
31



Цилиндр массой 2 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по скошенной поверхности клина. Клин движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На клин массой 4 кг действует сила  $F = 7$  Н; масса штока 3 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/6$ .

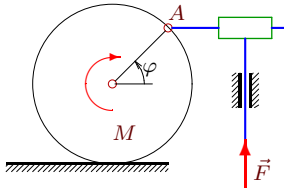
**Задача 13.29.**

31



Полуцилиндр массой 10 кг радиусом 1 м скользит по гладкой плоскости. По его поверхности катится диск массой 10 кг радиусом 50 см, шарнирно закрепленный на штоке. На оси диска и полуцилиндра надета планка длиной 3 м, к концу которой приложена сила  $F = 45$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение планки при  $\alpha = \pi/3$ .

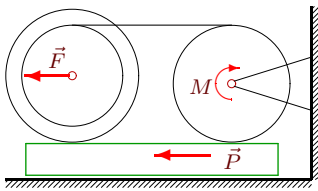
**Задача 13.30.**



Цилиндр радиусом 1 м и массой 2 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 5 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 78$  Нм, к штоку — сила  $F = 10$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = -2$  с<sup>-1</sup>.

31

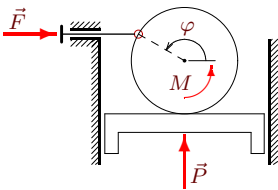
**Задача 13.31.**



Блок с внешним радиусом 4 см и внутренним 2 см катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. Радиус инерции блока 3 см. Масса блока равна 3 кг, бруска — 2 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 1.12$  Нм, к оси блока — сила  $F = 180$  Н, к бруску — сила  $P = 60$  Н. Найти ускорение бруска.

31

**Задача 13.32.**



Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 258$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 23$  Н — к поршню,  $F = 3$  Н — к штоку. Масса цилиндра равна 16 кг, поршня — 3 кг, штока — 5 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с<sup>-1</sup>.

31

D-13

**Ответы.**

**Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)**

01-Nov-22

$$T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \sin^2 q)$$

\*)  $T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \cos^2 q + C \sin q)$ .

№	уск.	уск.(числ)	Q	Q <sub>числ</sub>	A	A <sub>числ</sub>	B	C
1	6			294	35		8	14*
2	2			27.86	1	—	8	
3	1		54		54		0	
4	-4		-480		120	120	—	
5	7			202.35	8	—	16	
6	-2		0	—	16	—	32	
7	1		12		12		0	
8	-5		-210		42	42	—	
9	-3		-384		128	128	—	
10	-18	-18	-18	-18	1	1	—	
11	-2		-48		24		0	
12	-5		0	—	32	—	80	
13	7			287	31		9	10*
14	-144			-532	133/36	3.7	—	
15	6		72		12	—	—	
16	15	-		85		5.67	-	-
17	0		-12		22	—	10	
18	-5		-330		66	66	—	
19	2		46		23	—		
20	3	-		10		3.33	-	-
21	1	-		54		54	-	-
22	1	-		-33.75		33.75	-	-
23	1		108		92	—	80	
24	3		48		16	—		
25	6		144		24	—		
26	-12	-12	-20	-20	5/3	1.67	—	
27	18	-		96		5.33	-	-
28	-1		-7	—	7	—	0	
29	2	-		-67.5		33.75	-	-
30	-4		-72		13	—	10	
31	-7		-112/3	-37.33	16/3	5.33	—	
32	6			264	34		14	10*

D-13 файл 13d31WD