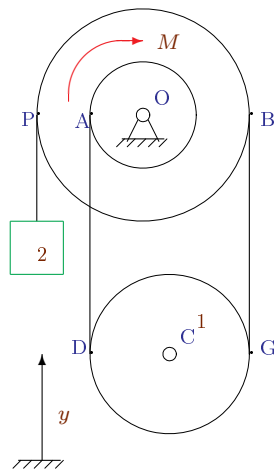


Шиленкова А.



30.5.

Нить, навитая на внутренний(радиус r) и внешний(радиус R) обода невесомого блока,огибает цилиндр с подвижной осью.Масса цилиндра m_1 , радиус $(R + r)/2$, нити вертикальные.К свободному концу нити подвешен груз массой m_2 . Момент M приложен к блоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять высоту оси цилиндра y .

1 Кинетическая энергия

Кинетическая энергия будет иметь вид:

$$T = T_1 + T_2$$

где

$$T_1 = \frac{I\omega_1^2 + m_1\dot{y}^2}{2}$$
$$T_2 = \frac{m_2V_2^2}{2}$$

Момент инерции $I = \frac{m_1(R+r)^2}{8}$

Скорости $V_2 = V_P = V_B$

Обозначим $R_1 = (R+r)/2$

Рассмотрим граф:

$$P \xrightarrow{0,R} O$$

$$V_{Oy} = V_{Py} + R\omega \cos(0) \quad (1)$$

Откуда получаем, что $V_{Py} = V_2 = -R\omega$

Рассмотрим граф:

$$O \xrightarrow{0,r} A$$

$$V_{Ay} = -r\omega \quad (2)$$

Рассмотрим граф:

$$D \longrightarrow C$$

$$V_{Cy} = V_{Dy} + R_1\omega_1 \quad (3)$$

Получаем $V_{Dy} = V_{Ay} = V_A$ Рассмотрим граф:

$$C \xrightarrow{0,R_1} G$$

$$V_{Gy} = \dot{y} + R_1\omega_1 \cos(0) \quad (4)$$

Откуда получаем, что $V_{Gy} = V_{By} = -V_{Py} = R\omega$.

Найдем ω_1 и ω : Из системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{y} + r\omega - R_1\omega_1 = 0, \\ \dot{y} + R_1\omega_1 - R\omega = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Получаем, что $\omega = \omega_1 = \frac{2\dot{y}}{R-r}$

Кинетическая энергия:

$$T = \frac{m_1\dot{y}^2}{2} \left(\frac{(R+r)^2}{2(R-r)^2} + 1 \right) + \frac{2m_2\dot{y}^2 R^2}{(R-r)^2}$$

2 Обобщённая сила

$$Q = -\frac{2M}{R-r} + \left(2m_2 \frac{R}{R-r} - m_1 \right) g. \quad (6)$$

3 Уравнение Лагранжа 2-ого рода

Для данной задачи уравнение Лагранжа 2-ого рода имеет вид:

$$2(m_1 + 4m_2)\ddot{y} = -\frac{2M}{R-r} + \left(2m_2 \frac{R}{R-r} - m_1 \right) g.$$