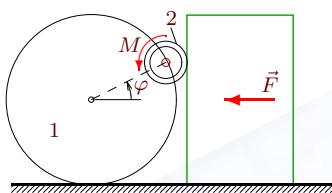


# Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

*Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика/Под ред. А. И. Кириллова.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.300.)*

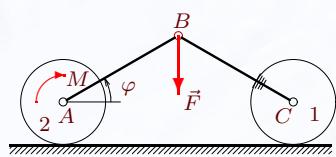
## Задача 30.1.



*Тишкин Павел Игоревич*

Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. На ободе цилиндра закреплена ось колеса радиусом  $r$ , катящегося по боковой поверхности груза. Масса колеса  $m_2$ , радиус инерции  $i$ . К грузу, скользящему по гладкой поверхности, приложена горизонтальная сила  $F$ , к колесу — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра  $\varphi$ .

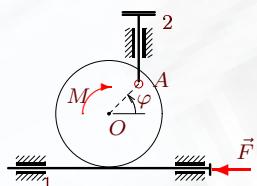
## Задача 30.2.



*Бондарев Александр Игоревич*

Два диска массой  $m_1$  и  $m_2$  радиусом  $R$  шарнирно соединены невесомыми стержнями  $AB = BC = a$ . Стержень  $BC$  жестко скреплен с диском 1. Момент  $M$  приложен к диску 2, вертикальная сила  $F$  — к шарниру  $B$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

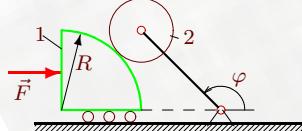
## Задача 30.3.



*Короткова Юлия Александровна*

Горизонтальный шток 1 массой  $m_1$  приводится в движение невесомым диском радиуса  $R$ , катящимся по штоку. Диск шарнирно соединен в точке  $A$  с вертикально движущимся штоком 2 массой  $m_2$ .  $OA = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

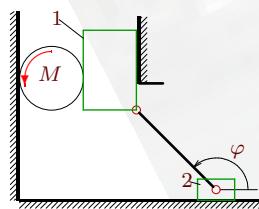
## Задача 30.4.



*Краюшин Сергей Константинович*

Груз массой  $m_1$  движется на невесомых подшипниках по горизонтальной плоскости. По боковой цилиндрической поверхности груза радиусом  $R = 4r$  катится диск радиусом  $r$ , закрепленный на стержне длиной  $5r$ . К грузу приложена сила  $F$ . Масса диска  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

## Задача 30.5.

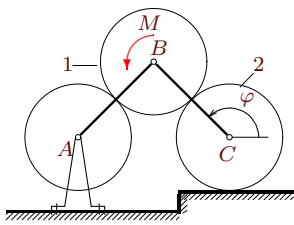


*Мадюков Никита Евгеньевич*

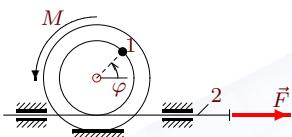
Диск радиусом  $r$  и прямоугольный блок массой  $m_1$  движутся между вертикальными плоскостями. Горизонтально скользящий ползун соединен с блоком невесомым стержнем длиной  $L$ . К диску приложен момент  $M$ . Масса ползуна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.6.**

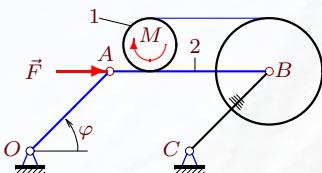
Мещеряков Артем Николаевич,



Оси цилиндров  $A$ ,  $B$  и  $C$  радиусами  $R$ , находящиеся в зацеплении, соединены двухзвенником  $ABC$ . Цилиндр  $B$  имеет массу  $m_1$ , цилиндр  $C$  —  $m_2$ . Ось цилиндра  $A$  неподвижна. К цилиндру  $B$  приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $CB$   $\varphi$ .

**Задача 30.7.**

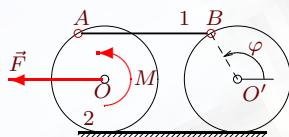
Пешехонова Валерия Вячеславовна,  
Внешним ободом блок катится по неподвижной поверхности, внутренним — касается подвижного штока. На блоке расположена точка массой  $m_1$ . Радиусы блока  $R$  и  $r$ . Масса штока  $m_2$ . К блоку приложен момент  $M$ , к штоку — сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.8.**

Свист Дмитрий Дмитриевич,  
На горизонтальном стержне  $AB$  шарнирного параллелограмма  $OABC$  расположен цилиндр радиусом  $r$ , массой  $m_1$ , связанный нитью с цилиндром  $B$  радиусом  $2r$ . Стержень  $BC$  жестко соединен с цилиндром  $B$ . К меньшему цилиндру приложен момент  $M$ , к шарниру  $A$  — горизонтальная сила  $F$ ;  $OA = CB = a$ . Масса стержня  $AB$  равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол  $\varphi$ .

**Задача 30.9.**

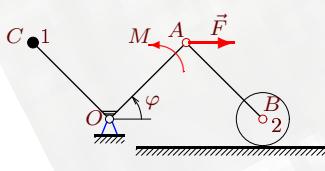
Соловьев Александр Алексеевич,



Два диска шарнирно соединены спарником  $AB$  массой  $m_1$ . К диску массой  $m_2$  приложен момент  $M$  и горизонтальная сила  $F$ . Второй диск считать невесомым;  $AB \parallel OO'$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.10.**

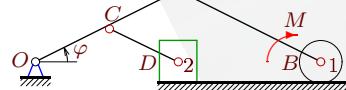
Фирсунина Сабина Назировна,



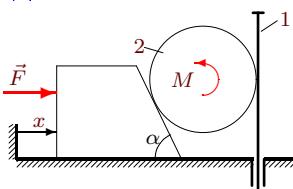
Стержни  $OC$  и  $OA$  жестко скреплены под углом  $90^\circ$ . В точке  $C$  расположена масса  $m_1$ . Масса цилиндра —  $m_2$ . К стержню  $OA$  приложен момент  $M$ . На шарнире  $A$  действует сила  $F$ .  $OA = OC = AB = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.11.**

Якушева Елена Игоревна

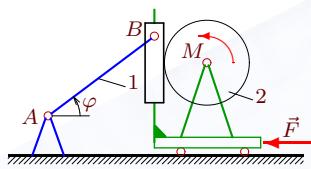


К стержню  $AB$  шарнирного механизма приложен момент  $M$ , к шарниру  $A$  — горизонтальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $m_1$ , бруска —  $m_2$ ;  $AO = AB = 2a$ ,  $AC = CD = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.12.**

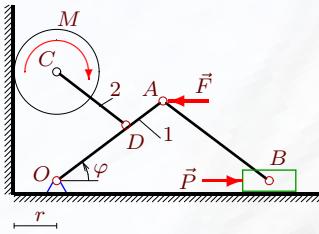
Литвинов Илья Олегович

Цилиндр радиусом  $R$  касается вертикального штока массы  $m_1$  и призмы, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса цилиндра  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Шток движется в направляющих без сопротивления. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

**Задача 30.13.**

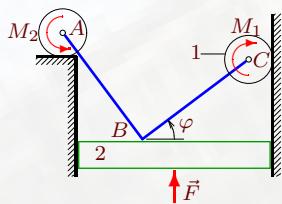
Дебушевский Руслан Игоревич

На тележке закреплен диск радиусом  $R$ , касающийся муфты  $B$ . Муфта скользит по вертикальной стойке, установленной на тележке. На диск действует момент  $M$ , к тележке приложена горизонтальная сила  $F$ . Длина кривошипа  $AB$  равна  $a$ . Масса кривошипа равна  $m_1$ , масса диска —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.14.**

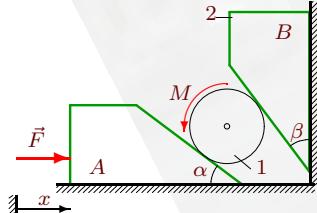
Коптяев Андрей Алексеевич

Механизм состоит из трех шарнирно соединенных стержней, ползуна и цилиндра радиусом  $r$ . Цилиндр катится по вертикальной плоскости, ползун скользит горизонтально;  $OA = AB = a$ ,  $CD = OD = b$ . К шарниру  $A$  и к ползуну приложены горизонтальные силы  $\vec{F}$  и  $\vec{P}$ , к цилиндру — момент  $M$ . Масса кривошипа  $OA$  равна  $m_1$ , стержня  $DC$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.15.**

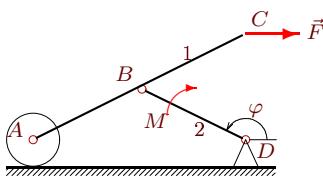
Тогтохбаатар Батдорж

Невесомый угольник  $ABC$ , касается в точке  $B$  гладкой поверхности поршня, скользящего в вертикальных направляющих.  $AB \perp BC$ ,  $AB = a$ ,  $BC = b$ . Диски радиусами  $r$  шарнирно закреплены в точках  $A$  и  $C$ . Один диск катится по горизонтальной поверхности, другой — по вертикальной. К дискам приложены моменты  $M_1$  и  $M_2$ , к поршню — вертикальная сила  $F$ . Масса одного диска  $m_1$ , масса поршня —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота угольника  $\varphi$ .

**Задача 30.16.**

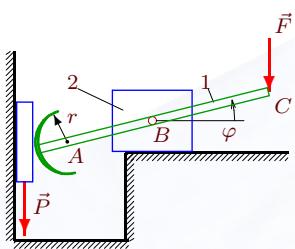
Шерстнёв Сергей Геннадьевич

Призма  $A$  скользит по горизонтальной плоскости, призма  $B$  — по вертикальной. Цилиндр радиусом  $r$ , зажатый призмами, катится без проскальзывания по их граням. Масса цилиндра равна  $m_1$ , призмы  $B$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к призме  $A$  — сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

**Задача 30.17.**

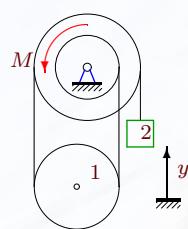
Юань Хайтманъ

Механизм состоит из стержня  $AC$  массой  $m_1$ , цилиндра и кривошипа  $BD$  массой  $m_2$ . Цилиндр катится по горизонтальной плоскости. На стержень действует горизонтальная сила  $F$ , на кривошип — момент  $M$ ;  $AB = BC = BD = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

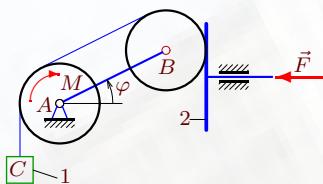
**Задача 30.18.**

Майоров Денис Олегович

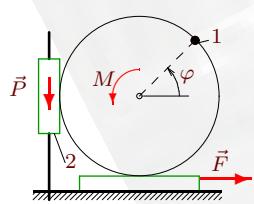
К концу стержня длиной  $2L$  и массой  $m_1$  жестко прикреплен полуцилиндр радиусом  $r$ , массой которого пренебречь. Движение стержня, закрепленного шарниром  $B$  в центре массы на груде, приводит к перемещению бруска, гладкой стороной прижатого к вертикальной груде. Масса груда —  $m_2$ . Качение полуцилиндра по бруsku происходит без сопротивления и проскальзывания. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.19.**

Нить, навитая на внутренний (радиус  $r$ ) и внешний (радиус  $R$ ) ободы невесомого блока, огибает цилиндр с подвижной осью. Масса цилиндра  $m_1$ , радиус  $(R+r)/2$ , нити вертикальные. К свободному концу нити подвешен груз массой  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к блоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять высоту груза  $y$ .

**Задача 30.20.**

Цилиндры одинакового радиуса  $R$ , расположенные по концам кривошипа  $AB$  длиной  $a$ , огибают нить. К нити подвешен груз массой  $m_1$ . Цилиндр  $B$  катится по поверхности горизонтального поршня, цилиндр  $A$  вращается на неподвижном шарнире. Масса поршня равна  $m_2$ . К цилинду  $A$  приложен момент  $M$ , к поршню — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.21.**

Цилиндр радиусом  $R$  катится без проскальзывания по горизонтальной пластине, расположенной на гладкой поверхности, и по боковой грани муфты, надетой на гладкую вертикальную стойку. На ободе цилиндра закреплена точка массой  $m_1$ . Масса муфты  $m_2$ . К пластине приложена горизонтальная сила  $F$ , к муфте — вертикальная сила  $P$ , к цилинду — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра  $\varphi$ .